

Rekonstruktion von Zeichenrelationen aus erweiterten Trajekten

1. Wie in Toth (2025a) gezeigt, kann man ternäre semiotische Relationen bijektiv auf trajektische Dyaden-Paare abbilden. Allerdings kann man diese noch vereinfachen, indem man die Konstanten (3., 2., 1.) wegläßt und also die Trajekte von den Variablen (.x, .y, .z) bildet

$$\text{ZKI} = (3.x, 2.y, 1.z) \rightarrow ((3.2 \mid x.y), (2.1, y.z))$$

$$(3.1, 2.1, 1.1) \rightarrow ((3.2, 1.1 \mid 2.1, 1.1)) \rightarrow (1.1 \mid 1.1)$$

$$(3.1, 2.1, 1.2) \rightarrow ((3.2, 1.1 \mid 2.1, 1.2)) \rightarrow (1.1 \mid 1.2)$$

$$(3.1, 2.1, 1.3) \rightarrow ((3.2, 1.1 \mid 2.1, 1.3)) \rightarrow (1.1 \mid 1.3).$$

2. In Toth (2025b) hatten wir durch Vereinigung von Diamonds und Trajekten erweiterte Trajekte konstruiert und in Toth (2025c) gezeigt, wie man Zeichenklassen und Realitätsthematiken auf diese erweiterten Trajekte abbildet. Im folgenden gehen wir den umgekehrten Weg: Wir bilden Zeichenklassen aus erweiterten Trajekten (sog. Diamond-Trajekten).

Trajekte	Diamond-Trajekte		
$(1.1 \mid 1.1)$	$\rightarrow$	$(1.1 \mid 1.1 \mid 1.1)$	$\rightarrow$ $(1.1, 1.1, 1.1)$
$(1.1 \mid 1.2)$	$\rightarrow$	$(1.1 \mid 1.2 \mid 1.1)$	$\rightarrow$ $(1.1, 1.2, 1.1)$
$(1.1 \mid 1.3)$	$\rightarrow$	$(1.1 \mid 1.3 \mid 1.1)$	$\rightarrow$ $(1.1, 1.3, 1.1)$
$(1.1 \mid 2.1)$	$\rightarrow$	$(1.1 \mid 2.1 \mid 2.1)$	$\rightarrow$ $(1.2, 1.1, 2.1)$
$(1.1 \mid 2.2)$	$\rightarrow$	$(1.1 \mid 2.2 \mid 2.1)$	$\rightarrow$ $(1.2, 1.2, 2.1)$
$(1.1 \mid 2.3)$	$\rightarrow$	$(1.1 \mid 2.3 \mid 2.1)$	$\rightarrow$ $(1.2, 1.3, 2.1)$
$(1.1 \mid 3.1)$	$\rightarrow$	$(1.1 \mid 3.1 \mid 3.1)$	$\rightarrow$ $(1.3, 1.1, 3.1)$
$(1.1 \mid 3.2)$	$\rightarrow$	$(1.1 \mid 3.2 \mid 3.1)$	$\rightarrow$ $(1.3, 1.2, 3.1)$
$(1.1 \mid 3.3)$	$\rightarrow$	$(1.1 \mid 3.3 \mid 3.1)$	$\rightarrow$ $(1.3, 1.3, 3.1)$
$(1.2 \mid 1.1)$	$\rightarrow$	$(1.2 \mid 1.1 \mid 1.2)$	$\rightarrow$ $(1.1, 2.1, 1.2)$
$(1.2 \mid 1.2)$	$\rightarrow$	$(1.2 \mid 1.2 \mid 1.2)$	$\rightarrow$ $(1.1, 2.2, 1.2)$
$(1.2 \mid 1.3)$	$\rightarrow$	$(1.2 \mid 1.3 \mid 1.2)$	$\rightarrow$ $(1.1, 2.3, 1.2)$

$(1.2 \mid 2.1) \rightarrow (1.2 \mid 2.1 \mid 2.2) \rightarrow (1.2, 2.1, 2.2)$
 $(1.2 \mid 2.2) \rightarrow (1.2 \mid 2.2 \mid 2.2) \rightarrow (1.2, 2.2, 2.2)$
 $(1.2 \mid 2.3) \rightarrow (1.2 \mid 2.3 \mid 2.2) \rightarrow (1.2, 2.3, 2.2)$
 $(1.2 \mid 3.1) \rightarrow (1.2 \mid 3.1 \mid 3.2) \rightarrow (1.3, 2.1, 3.2)$
 $(1.2 \mid 3.2) \rightarrow (1.2 \mid 3.2 \mid 3.2) \rightarrow (1.3, 2.2, 3.2)$
 $(1.2 \mid 3.3) \rightarrow (1.2 \mid 3.3 \mid 3.2) \rightarrow (1.3, 2.3, 3.2)$

$(1.3 \mid 1.1) \rightarrow (1.3 \mid 1.1 \mid 1.3) \rightarrow (1.1, 3.1, 1.3)$
 $(1.3 \mid 1.2) \rightarrow (1.3 \mid 1.2 \mid 1.3) \rightarrow (1.1, 3.2, 1.3)$
 $(1.3 \mid 1.3) \rightarrow (1.3 \mid 1.3 \mid 1.3) \rightarrow (1.1, 3.3, 1.3)$
 $(1.3 \mid 2.1) \rightarrow (1.3 \mid 2.1 \mid 2.3) \rightarrow (1.2, 3.1, 2.3)$
 $(1.3 \mid 2.2) \rightarrow (1.3 \mid 2.2 \mid 2.3) \rightarrow (1.2, 3.2, 2.3)$
 $(1.3 \mid 2.3) \rightarrow (1.3 \mid 2.3 \mid 2.3) \rightarrow (1.2, 3.3, 2.3)$
 $(1.3 \mid 3.1) \rightarrow (1.3 \mid 3.1 \mid 3.3) \rightarrow (1.3, 3.1, 3.3)$
 $(1.3 \mid 3.2) \rightarrow (1.3 \mid 3.2 \mid 3.3) \rightarrow (1.3, 3.2, 3.3)$
 $(1.3 \mid 3.3) \rightarrow (1.3 \mid 3.3 \mid 3.3) \rightarrow (1.3, 3.3, 3.3)$

$(2.1 \mid 1.1) \rightarrow (2.1 \mid 1.1 \mid 1.1) \rightarrow (2.1, 1.1, 1.1)$
 $(2.1 \mid 1.2) \rightarrow (2.1 \mid 1.2 \mid 1.1) \rightarrow (2.1, 1.2, 1.1)$
 $(2.1 \mid 1.3) \rightarrow (2.1 \mid 1.3 \mid 1.1) \rightarrow (2.1, 1.3, 1.1)$
 $(2.1 \mid 2.1) \rightarrow (2.1 \mid 2.1 \mid 2.1) \rightarrow (2.2, 1.1, 2.1)$
 $(2.1 \mid 2.2) \rightarrow (2.1 \mid 2.2 \mid 2.1) \rightarrow (2.2, 1.2, 2.1)$
 $(2.1 \mid 2.3) \rightarrow (2.1 \mid 2.3 \mid 2.1) \rightarrow (2.2, 1.3, 2.1)$
 $(2.1 \mid 3.1) \rightarrow (2.1 \mid 3.1 \mid 3.1) \rightarrow (2.3, 1.1, 3.1)$
 $(2.1 \mid 3.2) \rightarrow (2.1 \mid 3.2 \mid 3.1) \rightarrow (2.3, 1.2, 3.1)$
 $(2.1 \mid 3.3) \rightarrow (2.1 \mid 3.3 \mid 3.1) \rightarrow (2.3, 1.3, 3.1)$

$(2.2 \mid 1.1) \rightarrow (2.2 \mid 1.1 \mid 1.2) \rightarrow (2.1, 2.1, 1.2)$
 $(2.2 \mid 1.2) \rightarrow (2.2 \mid 1.2 \mid 1.2) \rightarrow (2.1, 2.2, 1.2)$
 $(2.2 \mid 1.3) \rightarrow (2.2 \mid 1.3 \mid 1.2) \rightarrow (2.1, 2.3, 1.2)$
 $(2.2 \mid 2.1) \rightarrow (2.2 \mid 2.1 \mid 2.2) \rightarrow (2.2, 2.1, 2.2)$
 $(2.2 \mid 2.2) \rightarrow (2.2 \mid 2.2 \mid 2.2) \rightarrow (2.2, 2.2, 2.2)$
 $(2.2 \mid 2.3) \rightarrow (2.2 \mid 2.3 \mid 2.2) \rightarrow (2.2, 2.3, 2.2)$
 $(2.2 \mid 3.1) \rightarrow (2.2 \mid 3.1 \mid 3.2) \rightarrow (2.3, 2.1, 3.2)$
 $(2.2 \mid 3.2) \rightarrow (2.2 \mid 3.2 \mid 3.2) \rightarrow (2.3, 2.2, 3.2)$
 $(2.2 \mid 3.3) \rightarrow (2.2 \mid 3.3 \mid 3.2) \rightarrow (2.3, 2.3, 3.2)$

$(2.3 \mid 1.1) \rightarrow (2.3 \mid 1.1 \mid 1.3) \rightarrow (2.1, 3.1, 1.3)$
 $(2.3 \mid 1.2) \rightarrow (2.3 \mid 1.2 \mid 1.3) \rightarrow (2.1, 3.2, 1.3)$
 $(2.3 \mid 1.3) \rightarrow (2.3 \mid 1.3 \mid 1.3) \rightarrow (2.1, 3.3, 1.3)$
 $(2.3 \mid 2.1) \rightarrow (2.3 \mid 2.1 \mid 2.3) \rightarrow (2.2, 3.1, 2.3)$
 $(2.3 \mid 2.2) \rightarrow (2.3 \mid 2.2 \mid 2.3) \rightarrow (2.2, 3.2, 2.3)$
 $(2.3 \mid 2.3) \rightarrow (2.3 \mid 2.3 \mid 2.3) \rightarrow (2.2, 3.3, 2.3)$
 $(2.3 \mid 3.1) \rightarrow (2.3 \mid 3.1 \mid 3.3) \rightarrow (2.3, 3.1, 3.3)$
 $(2.3 \mid 3.2) \rightarrow (2.3 \mid 3.2 \mid 3.3) \rightarrow (2.3, 3.2, 3.3)$
 $(2.3 \mid 3.3) \rightarrow (2.3 \mid 3.3 \mid 3.3) \rightarrow (2.3, 3.3, 3.3)$

$(3.1 \mid 1.1) \rightarrow (3.1 \mid 1.1 \mid 1.1) \rightarrow (3.1, 1.1, 1.1)$
 $(3.1 \mid 1.2) \rightarrow (3.1 \mid 1.2 \mid 1.1) \rightarrow (3.1, 1.2, 1.1)$
 $(3.1 \mid 1.3) \rightarrow (3.1 \mid 1.3 \mid 1.1) \rightarrow (3.1, 1.3, 1.1)$
 $(3.1 \mid 2.1) \rightarrow (3.1 \mid 2.1 \mid 2.1) \rightarrow (3.2, 1.1, 2.1)$
 $(3.1 \mid 2.2) \rightarrow (3.1 \mid 2.2 \mid 2.1) \rightarrow (3.2, 1.2, 2.1)$

$(3.1 \mid 2.3)$	$\rightarrow$	$(3.1 \mid 2.3 \mid 2.1)$	$\rightarrow$	$(3.2, 1.3, 2.1)$
$(3.1 \mid 3.1)$	$\rightarrow$	$(3.1 \mid 3.1 \mid 3.1)$	$\rightarrow$	$(3.3, 1.1, 3.1)$
$(3.1 \mid 3.2)$	$\rightarrow$	$(3.1 \mid 3.2 \mid 3.1)$	$\rightarrow$	$(3.3, 1.2, 3.1)$
$(3.1 \mid 3.3)$	$\rightarrow$	$(3.1 \mid 3.3 \mid 3.1)$	$\rightarrow$	$(3.3, 1.3, 3.1)$
$(3.2 \mid 1.1)$	$\rightarrow$	$(3.2 \mid 1.1 \mid 1.2)$	$\rightarrow$	$(3.1, 2.1, 1.2)$
$(3.2 \mid 1.2)$	$\rightarrow$	$(3.2 \mid 1.2 \mid 1.2)$	$\rightarrow$	$(3.1, 2.2, 1.2)$
$(3.2 \mid 1.3)$	$\rightarrow$	$(3.2 \mid 1.3 \mid 1.2)$	$\rightarrow$	$(3.1, 2.3, 1.2)$
$(3.2 \mid 2.1)$	$\rightarrow$	$(3.2 \mid 2.1 \mid 2.2)$	$\rightarrow$	$(3.2, 2.1, 2.2)$
$(3.2 \mid 2.2)$	$\rightarrow$	$(3.2 \mid 2.2 \mid 2.2)$	$\rightarrow$	$(3.2, 2.2, 2.2)$
$(3.2 \mid 2.3)$	$\rightarrow$	$(3.2 \mid 2.3 \mid 2.2)$	$\rightarrow$	$(3.2, 2.3, 2.2)$
$(3.2 \mid 3.1)$	$\rightarrow$	$(3.2 \mid 3.1 \mid 3.2)$	$\rightarrow$	$(3.3, 2.1, 3.2)$
$(3.2 \mid 3.2)$	$\rightarrow$	$(3.2 \mid 3.2 \mid 3.2)$	$\rightarrow$	$(3.3, 2.2, 3.2)$
$(3.2 \mid 3.3)$	$\rightarrow$	$(3.2 \mid 3.3 \mid 3.2)$	$\rightarrow$	$(3.3, 2.3, 3.2)$
$(3.3 \mid 1.1)$	$\rightarrow$	$(3.3 \mid 1.1 \mid 1.3)$	$\rightarrow$	$(3.1, 3.1, 1.3)$
$(3.3 \mid 1.2)$	$\rightarrow$	$(3.3 \mid 1.2 \mid 1.3)$	$\rightarrow$	$(3.1, 3.2, 1.3)$
$(3.3 \mid 1.3)$	$\rightarrow$	$(3.3 \mid 1.3 \mid 1.3)$	$\rightarrow$	$(3.1, 3.3, 1.3)$
$(3.3 \mid 2.1)$	$\rightarrow$	$(3.3 \mid 2.1 \mid 2.3)$	$\rightarrow$	$(3.2, 3.1, 2.3)$
$(3.3 \mid 2.2)$	$\rightarrow$	$(3.3 \mid 2.2 \mid 2.3)$	$\rightarrow$	$(3.2, 3.2, 2.3)$
$(3.3 \mid 2.3)$	$\rightarrow$	$(3.3 \mid 2.3 \mid 2.3)$	$\rightarrow$	$(3.2, 3.3, 2.3)$
$(3.3 \mid 3.1)$	$\rightarrow$	$(3.3 \mid 3.1 \mid 3.3)$	$\rightarrow$	$(3.3, 3.1, 3.3)$
$(3.3 \mid 3.2)$	$\rightarrow$	$(3.3 \mid 3.2 \mid 3.3)$	$\rightarrow$	$(3.3, 3.2, 3.3)$
$(3.3 \mid 3.3)$	$\rightarrow$	$(3.3 \mid 3.3 \mid 3.3)$	$\rightarrow$	$(3.3, 3.3, 3.3)$

Wie man sieht, handelt es sich bei den aus erweiterten Trajekten konstruierten Zeichenklassen in den meisten Fällen nicht um solche, die der sog. „Wohlordnung“ von Peirce entsprechen. 3 der 5 Limitationsaxiome für reguläre Zeichenklassen sind in den 81 Rekonstrukten aufgehoben:

1. Das Axiom der Trikategorialität: Jede Zeichenklasse muß genau 3 Kategorien aufweisen. Dieses Axiom bleibt durchwegs gültig.
2. Das Axiom der paarweisen Differenz der Kategorien. Es besagt, daß alle drei Kategorien in einer Zeichenklassen vorhanden sein müssen. Es dürfen also weder Kategorien fehlen noch mehrfach auftreten.
3. Das Axiom der konversen Ordnung der Kategorien. Danach werden Zeichenklassen aufgrund der sog. Pragmatischen Maxime von Peirce mit dem Interpretanten eingeführt und führen über das bezeichnete (interne) Objekt zum Mittelbezug.
4. Das Axiom der Bijektion von kategorialen Werte und Plätzen. D.h., daß keine Zeichenklasse Leerstellen oder zuwenig Plätze für die Abbildung der Kategorien haben darf. Auch dieses Axiom bleibt in den Rekonstrukten stets gültig.
5. Das Axiom der trichotomischen Inklusion. Es besagt, daß für Zeichenklassen der allgemeinen Form $ZKl = (3.x, 2.y, 1.z)$ gilt $x \leq y \leq z$. Wo es sich bei den Rekonstrukten überhaupt um reguläre Zeichenklassen handelt, ist auch dieses Axiom nicht gültig (z.B. (3.1, 2.3, 1.2)).

Literatur

- Toth, Alfred, Strukturen trajektischer Dyaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a
- Toth, Alfred, Einführung trajektischer Diamonds. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b
- Toth, Alfred, Abbildung der 10 Zeichenklassen auf erweiterte Trajekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025c

10.12.2025